

gar nicht = 결코

않고

Die Fourier'sche Reihe gehört nun offenbar nicht nothwendig zur ersten Klasse; ihre Convergenz konnte also gar nicht, wie Cauchy vergeblich *) versucht hatte, aus dem Gesetze, nach welchem die Glieder abnehmen, abgeleitet werden. Es musste vielmehr gezeigt werden, dass die endliche Reihe

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\alpha) \sin \alpha d\alpha \sin x + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\alpha) \sin 2\alpha d\alpha \sin 2x + \dots \\ & + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\alpha) \sin n\alpha d\alpha \sin nx \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\alpha) d\alpha + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\alpha) \cos \alpha d\alpha \cos x + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\alpha) \cos 2\alpha d\alpha \cos 2x + \dots \\ & + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\alpha) \cos n\alpha d\alpha \cos nx, \end{aligned}$$

oder, was dasselbe ist, das Integral

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\alpha) \frac{\sin \frac{2n+1}{2}(x-\alpha)}{\sin \frac{x-\alpha}{2}} d\alpha$$

sich, wenn n in's Unendliche wächst, dem Werthe $f(x)$ unendlich annähert.

Dirichlet stützt diesen Beweis auf die beiden Sätze:

1) Wenn $0 < c \leq \frac{\pi}{2}$, nähert sich $\int_0^c \varphi(\beta) \frac{\sin(2n+1)\beta}{\sin \beta} d\beta$ mit wachsendem n zuletzt unendlich dem Werth $\frac{\pi}{2} \varphi(0)$;

2) wenn $0 < b < c \leq \frac{\pi}{2}$, nähert sich $\int_b^c \varphi(\beta) \frac{\sin(2n+1)\beta}{\sin \beta} d\beta$ mit

wachsendem n zuletzt unendlich dem Werth 0, vorausgesetzt, dass die Function $\varphi(\beta)$ zwischen den Grenzen dieser Integrale entweder immer abnimmt, oder immer zunimmt.

Mit Hülfe dieser beiden Sätze lässt sich, wenn die Function f nicht unendlich oft vom Zunehmen zum Abnehmen oder vom Abnehmen zum Zunehmen übergeht, das Integral

*) Dirichlet in Crelle's Journal Bd. IV. pag. 158. Quoi qu'il en soit de cette première observation... à mesure que n croît.

offenbar in eine endliche Reihe gegen $\frac{1}{2}f(x+0) + \frac{1}{2}f(x-0)$ aber gegen 0 convergirt. Hieraus folgt, dass die Reihe nach dem Intervall 2π periodisch ist, welche

- 1) durchgehends
- 2) nicht unendlich
- 3) wo ihr Werth

sich den beiderseitigen Grenzwerten annähert. Eine Function, welche in einem Punkte dritter aber nicht, kann nicht dargestellt werden, ausser den Unstetigkeiten selbst von ihr abweicht. Die ersten beiden Bedingungen sind für die Reihe darstellbar sein.

Durch die Arbeit von Dirichlet über taylor analytischer Functionen war ihm gelungen, in das Licht brachte, eine Mathematiker seit mehreren Jahren beschäftigt hatte. In der Folge hat sich allein handelte, von unserer Unwissenheit über die Materie nach Ort und Zeit wir doch sicher annehmen. Dirichlet'sche Untersuchungen kommen.

Dessenungeachtet ist es aus einem zweifachen Grunde

*) Es ist nicht schwer zu zeigen, dass eine Function nicht unendlich viele Maxima und Minima haben kann, wenn der Werth abnehmend, als der Werth $f(x+0)$ und $f(x-0)$ verschieden sind. (')
torium der Physik. Bd. I. müsse. (')

annähern

가까이 가려가다

abnehmen
Zunehmen감소하다
증가하다

자주