

weiter ausgeführt werden, und zwar zunächst für die Functionen, welche zwischen je zwei noch so engen Grenzen unendlich oft unstetig sind. *every* *자주*

Da diese Functionen noch nirgends betrachtet sind, wird es gut sein, von einem bestimmten Beispiele auszugehen. Man bezeichne der Kürze wegen durch (x) den Ueberschuss von x über die nächste ganze Zahl, oder, wenn x zwischen zweien in der Mitte liegt und diese Bestimmung zweideutig wird, den Mittelwerth aus den beiden Werthen $\frac{1}{2}$ und $-\frac{1}{2}$, also die Null, ferner durch n eine ganze, durch p eine ungerade Zahl und bilde alsdann die Reihe *자주*

$$f(x) = \frac{(x)}{1} + \frac{(2x)}{4} + \frac{(3x)}{9} + \dots = \sum_{n=1, \infty} \frac{(nx)}{n^2};$$

so convergirt, wie leicht zu sehen, diese Reihe für jeden Werth von x ; ihr Werth nähert sich, sowohl, wenn der Argumentwerth stetig abnehmend, als wenn er stetig zunehmend gleich x wird, stets einem festen Grenzwert, und zwar ist, wenn $x = \frac{p}{2n}$ (wo p, n relative Primzahlen)

$$f(x+0) = f(x) - \frac{1}{2n^2} (1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots) = f(x) - \frac{\pi^2}{16n^2},$$

$$f(x-0) = f(x) + \frac{1}{2n^2} (1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots) = f(x) + \frac{\pi^2}{16n^2},$$

2가지 경우 sonst aber überall $f(x+0) = f(x)$, $f(x-0) = f(x)$.

Diese Function ist also für jeden rationalen Werth von x , der in den kleinsten Zahlen ausgedrückt ein Bruch mit geradem Nenner ist, unstetig, also zwischen je zwei noch so engen Grenzen unendlich oft, so jedoch, dass die Zahl der Sprünge, welche grösser als eine gegebene Grösse sind, immer endlich ist. Sie lässt durchgehends eine Integration zu. In der That genügen hierzu neben ihrer Endlichkeit die beiden Eigenschaften, dass sie für jeden Werth von x beiderseits einen Grenzwert $f(x+0)$ und $f(x-0)$ hat, und dass die Zahl der Sprünge, welche grösser oder gleich einer gegebenen Grösse σ sind, stets endlich ist. Denn wenden wir unsere obige Untersuchung an, so lässt sich offenbar in Folge dieser beiden Umstände d stets so klein annehmen, dass in sämtlichen Intervallen, welche diese Sprünge nicht enthalten, die Schwankungen kleiner als σ sind, und dass die Gesamtgrösse der Intervalle, welche diese Sprünge enthalten, beliebig klein wird. *자주*

Es verdient bemerkt zu werden, dass die Functionen, welche nicht unendlich viele Maxima und Minima haben (zu welchen übrigens die eben betrachtete nicht gehört), wo sie nicht unendlich werden, stets

diese beiden Eigenschaften nicht unendlich werden direct zeigen lässt.

Um jetzt den Fall einzelnen Werth annehmen wir an, dass dem positiven x ihr

Es lässt sich da von einer endlichen endliche Grösse c ble

$$x \equiv a \pmod{1}$$

$$x \equiv a \pmod{1}$$

also grösser als c (lo x zuletzt in's Unend Function nicht in de Minima hat, nothwe einer Integration fäh

bei einem Werth von dass das Integral bei vergirt.

Ebenso findet m die Functionen

$$f(x) x \log \frac{1}{x} = \frac{f(x)}{-d \log}$$

$$f(x) x \log \frac{1}{x} \log$$

nicht bei abnehmend grösser als eine endl nicht unendlich viel klein werden müssen endlichem Abnehmen

$$f(x) x \log \frac{1}{x} \cdot$$

für $\alpha > 1$ mit x un