

Theoreme
er Grösse
complexe

Definition: Eine veränderliche complexen Grösse w heisst eine Function einer veränderlichen complexen Grösse z , wenn sie mit ihr sich so ändert, dass der Werth des Differentialquotienten $\frac{dw}{dz}$ unabhängig von dem Werthe des Differentials dz ist.

ch wenig
+ vi und
rd, wenn
nommene
und dy ,
 e^{pi} setzt,

of z .

as well as 2.

Sowohl die Grösse z , als die Grösse w werden als veränderliche Grössen betrachtet, die jeden complexen Werth annehmen können. Die Auffassung einer solchen Veränderlichkeit, welche sich auf ein zusammenhängendes Gebiet von zwei Dimensionen erstreckt, wird wesentlich erleichtert durch eine Anknüpfung an räumliche Anschauungen.

Man denke sich jeden Werth $x + yi$ der Grösse z repräsentirt durch einen Punkt O der Ebene A , dessen rechtwinklige Coordinaten x, y , jeden Werth $u + vi$ der Grösse w durch einen Punkt Q der Ebene B , dessen rechtwinklige Coordinaten u, v sind. Eine jede Abhängigkeit der Grösse w von z wird sich dann darstellen als eine Abhängigkeit der Lage des Punktes Q von der des Punktes O . Entspricht jedem Werthe von z ein bestimmter mit z stetig sich ändernder Werth von w , mit andern Worten, sind u und v stetige Functionen von x, y , so wird jedem Punkte der Ebene A ein Punkt der Ebene B , jeder Linie, allgemein zu reden, eine Linie, jedem zusammenhängenden Flächenstücke ein zusammenhängendes Flächenstück entsprechen. Man wird sich also diese Abhängigkeit der Grösse w von z vorstellen können als eine Abbildung der Ebene A auf der Ebene B .

Tomage, 사상

3.

Es soll nun untersucht werden, welche Eigenschaft diese Abbildung erhält, wenn w eine Function der complexen Grösse z , d. h. wenn $\frac{dw}{dz}$ von dz unabhängig ist.

Wir bezeichnen durch a einen unbestimmten Punkt der Ebene A in der Nähe von O , sein Bild in der Ebene B durch q , ferner durch $x + yi + dx + dyi$ und $u + vi + du + dvi$ die Werthe der Grössen z und w in diesen Punkten. Es können dann dx, dy und du, dv als rechtwinklige Coordinaten der Punkte o und q in Bezug auf die Punkte O und Q als Anfangspunkte angesehen werden, und wenn man $dx + dyi = \varepsilon e^{i\varphi}$ und $du + dvi = \eta e^{i\psi}$ setzt, so werden die Grössen $\varepsilon, \varphi, \eta, \psi$ Polarcoordinaten dieser Punkte für dieselben

urch Ver-
n möge,
m beson-
bar kann
complexen

Grössen-
folgende
em Aus-
hne jetzt
riff einer
beweisen.

o sich aus
ein Aus-
bleibt für

im regrad
To