

$$\int_r^R d\varphi \int_0^{2\pi} \left[ \left( \frac{\partial \gamma}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right)^2 \right] \varphi d\varphi > \int_r^R \frac{a}{\varphi} d\varphi > a (\log R - \log r)$$

und folglich, wenn man  $r = Re^{-\frac{C}{a}}$  annimmt,  $> C$ . Wählt man also zur

Begrenzung von  $T'$  einen Kreis, wo  $\varphi < Re^{-\frac{C}{a}}$ , so wird der aus dem übrigen  $T$  stammende Theil von  $L$  und folglich  $L$  selbst, wie auch  $\lambda$  im Innern des Kreises angenommen werden möge,  $> C$ .

(Diese Untersuchung bezieht sich zwar zunächst auf einen Punkt, der kein Windungspunkt und kein Begrenzungspunkt ist, erleidet aber eine wesentliche Aenderung nur für einen Begrenzungspunkt, wo die Fläche eine Spitze, d. h. ihre Begrenzung einen Rückkehrpunkt hat. Die Bestimmung eines Grades der Unstetigkeit, welchen  $\lambda$  nicht erreichen kann, beruht indess auch hier auf denselben Principien und wir begnügen uns daher mit der Andeutung dieses Falles.)

Es liefert also, wenn der Flächentheil, wo  $\lambda$  und  $\gamma$  verschieden sind, unendlich klein wird, im Fall einer Unstetigkeitslinie  $T'$  selbst, im Fall eines Unstetigkeitspunktes der übrige Theil von  $T$  einen unendlichen Beitrag zu  $L$ , und unsere Behauptung ist daher, wenn die Unstetigkeit den hier vorausgesetzten Grad erreicht, gerechtfertigt. Ihre Gültigkeit in diesem Umfang genügt für uns und in der That wird sie für leichtere Unstetigkeiten unrichtig, wie z. B. wenn  $\gamma$  in der Entfernung  $\varphi$  des Punktes  $()$  vom Unstetigkeitspunkt  $= \left( \log \frac{1}{\varphi} \right)^\mu$  und  $\mu < \frac{1}{2}$  ist. Wir geben daher dem ersten Theil des Satzes

im Art. 16 folgende Beschränkung: Das Integral  $\Omega$  hat,  $\omega = \alpha + \lambda$  gesetzt, entweder für eine der Functionen  $\lambda$  ein Minimum, oder  $\lambda$  nimmt, während  $\Omega$  sich einem kleinsten Grenzwert nähert, doch nur in einzelnen Punkten eine Unstetigkeit an, bei welcher die Ordnung von  $\frac{\partial \lambda}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \lambda}{\partial y}$ , wenn sie unendlich werden, die Einheit nicht erreicht.

Eine Unstetigkeit der Function  $\omega$ , die durch Abänderung eines Werthes in einem Punkt hebbar ist, muss z. B. eintreten, wenn in der Fläche irgendwo ein Stich, also ein einzelner Begrenzungspunkt, wo  $\lambda = 0$  sein müsste, angenommen würde.

(7) (zu Seite 39.) Spätere Untersuchungen haben dargethan, dass die Kraft analytischer Ausdrücke weiter reicht, als es nach diesem Ausspruch von Riemann den Anschein hat. Merkwürdige Beispiele hiervon hat zuerst Seidel gegeben; (Crelles Journal Bd. 73, S. 279), der unter anderem analytische Ausdrücke, die von  $z$  abhängen, aufgestellt hat, die in einem Kreis gleich einer beliebigen Function von  $z$ , ausserhalb  $= 0$  sind, oder die überall mit Ausnahme einer Kreisperipherie  $= 0$ , auf der Kreisperipherie  $= 1$  sind. Lässt man bestimmte Integrale zu, so kann man sogar noch weiter gehen und z. B.  $x$  oder  $y$  oder  $\sqrt{x^2 + y^2}$  als Function von  $z = x + yi$  darstellen.

Weierstrass hat gezeigt (zur Functionentheorie, Monatsberichte der Berliner Akademie, August 1880, auch in der Sammlung von Abhandlungen aus der Functionenlehre, Berlin 1886), wie man unendliche Reihen finden kann, deren Glieder rationale Functionen von  $z$  sind, die in einer beliebigen Anzahl verschiedener Gebiete der Variablen  $z$  verschiedene beliebig gegebene Functionen von  $z$  darstellen.

daß (that)  
when.

Reihe = 4월

별주한

음지 않은. 풀기

몽땅만기. 조기.

모으기. 재점. 종서. 징록.